

Exercice 1 :

$$x = \sqrt{2} \left(1 - 3\sqrt{2} \right) + 2\sqrt{3} \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2} \right)$$

$$y = \left| \sqrt{3} - 1 \right| + \left| \sqrt{2} - 5 \right| - 4$$

1)a) Mq $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

b) Déduire que x en fonction de y

2)a) Mq $x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$ $y^3 = 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}$

b) Déduire que $\frac{x^2}{y} + \frac{x}{y^2} = 18\sqrt{3}$

Exercice 2 :

Simplifier :

$$A = \frac{10^{23} - 10^{11}}{10^{12} - 10^7} \quad B = \frac{-5^3 \times (-3)^3 \times (-25)^4}{25^6 \times (-3)^5} \quad C = \frac{\sqrt{81} - 3\sqrt{27} + \sqrt{243}}{9\sqrt{8} + \sqrt{48} - 3\sqrt{75}}$$

$$D = 2\sqrt{8} - 3\sqrt{32} + 6\sqrt{18} - 7\sqrt{72} - 5\sqrt{50} \quad F = \sqrt{(a+b)^2} + \sqrt{(a-\sqrt{5})^2} - \left| \sqrt{5} - b \right| \quad a < 0 \quad b < 0$$

$$E = \frac{25^4 \times 100^3 \times 4^4 \times (10^{-3})^2}{(0.01)^3 \times 10^9}$$

Exercice 3:

$$a = 3 - 4\sqrt{3} \quad b = 3 - 2\sqrt{7}$$

1)a) Comparer $4\sqrt{3}, 2\sqrt{7}$

b) Déduire $a < b$

2)a) Mq $b < 0$

b) Déduire que a et b ont même signe

3) Comparer $-\frac{3}{a}$ et $-\frac{3}{b}$

4) Comparer $-3a+4$ et $-3b+\pi$

Réduire $E = \left| 3 - 2\sqrt{7} \right| - \left| 4\sqrt{3} - 3 \right|$

Exercice 4 :

1) $I = \{x, x \in \mathbb{R} / x \geq -2\}$

Ecrire sous forme d'intervalle

2) Soit $a = |\sqrt{2} - 2| + |3 - \sqrt{2}| - 2$ $b = \sqrt{(-3 - 2\sqrt{2})^2}$

a) Mq $a = 3 - 2\sqrt{2}$ $b = 3 + 2\sqrt{2}$

b) Mq $a = \frac{1}{b}$

c) Déduire la valeur de $A = \frac{(a^{-2}b)^{-3}a^{-1}}{a^2b^{-6}}$

Exercice 5 :

$x \in \mathbb{R}$ $A(x) = x^2 + 10x + 9$

1) A (-1) et A (+2)

b) Vérifier que $A(X) = (x+1)(x+9)$

c) Déduire la valeur de $99^2 + 10 \times 99 + 9$

2) $x \in [-3, -1]$ Donner encadrement de $x+9$ et $x+1$ pour déduire encadre de A

Exercice 6 :

$A = (\sqrt{3} + 2)^2$ $B = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7$ $C = \sqrt{47 - 56\sqrt{3}}$

1) $A = 7 + 4\sqrt{3}$ $B = 7 + 5\sqrt{3}$

2)a) Comparer $4\sqrt{3}, 5\sqrt{3}$

b) Déduire comparer de A et B

3)a) Calculer $(7 - 4\sqrt{3})^2$ puis vérifier que $C = 7 - 4\sqrt{3}$

b) Calculer $A \times C$ déduire que A et C inverses

c) Déduire que $B \times C > 1$

d) Calculer $X = (\sqrt{A} + \sqrt{C})^2$ et $Y = A^{501} \times C^{500}$

4) Mq $\frac{2}{A} + \frac{2}{B} = 28$

5) Mq $\sqrt{\frac{A}{C} + \frac{C}{A}} + 2 \in \mathbb{R}$

Exercice 7 :

On pose $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

- 1) Vérifier que $a^2 = a + 1$.
- 2) En déduire la valeur de a^3 puis de a^4 .

Exercice 8 :

Soient a et b deux réels vérifiant $|a| \leq 1$ et $|b| \leq 1$

- 1) Donner un encadrement de $(a+b)$; a^2 et $a^2 b$
- 2) Comparer $a^2 b$ et $|a|$
- 3) a) Développer $(a-1)(1-b)$
b) En déduire le signe de l'expression $S = (a+b) - ab - 1$

Exercice 9 :

Soient les réels $x = \sqrt{17+12\sqrt{2}}$ et $y = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$.

- 1) Montrer que $x \cdot y = 1$.
- 2) On pose $m = x + y$ et $p = x - y$.
a- Calculer m^2 et p^2 .
b- Déduire une expression plus simple de x et y .

Exercice 10:

x , y et z trois réels strictement positifs :

- 1) Montrer que : $x^2 + y^2 \geq 2xy$
- 2) Montrer alors que : a) $2(x^2 + y^2) \geq (x+y)^2$. b) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz +$

En déduire que : $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

Exercice 11:

1) Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{1}{\sqrt{3}-2}$

2) Soit un entier naturel n : a- Montrer que : $\frac{-1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$.

b- En déduire la valeur de $X = \frac{-1}{1+\sqrt{2}} + \frac{-1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{-1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{-1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$